グループ $j$ に属している個人 $i$ の測定値を次のように変形して考えると，第二項の（　）内が全体平均からのグループ $j$ の平均の偏差，第三項の（　）内がグループ $j$ の平均からの個人 $i$ の測定値の偏差となる。前者がグループ $j$ に属することの効果を表し，後者は誤差として扱われる。

$$y_{ij} = \bar{y} + (\bar{y}_j - \bar{y}) + (y_{ij} - \bar{y}_j)$$

平均からの偏差の二乗（偏差平方）は次のようになる。

$$(y_{ij} - \bar{y})^2 = \{(\bar{y}_j - \bar{y}) + (y_{ij} - \bar{y}_j)\}^2 = (\bar{y}_j - \bar{y})^2 + 2(\bar{y}_j - \bar{y})(y_{ij} - \bar{y}_j) + (y_{ij} - \bar{y}_j)^2$$

この偏差平方を，以下のように，ひとまずグループ $j$ の中だけで合計する。$n_\mathrm{j}$ はグループ $j$ に属するケース数である。一行目の右辺の 3 つの項の変形の際に，添え字 $i$ を含まない第一項と第二項前半の（　）は，$i$ の $\Sigma$ に関しては定数扱いである点に着目する。定数を 1 からまで $n_\mathrm{j}$ まで足し合わせるというのは，その定数を $n_\mathrm{j}$ 倍するのと同じである。

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{n_j}(y_{ij} - \bar{y})^2 &= \sum_{i=1}^{n_j}(\bar{y}_j - \bar{y})^2 + 2\sum_{i=1}^{n_j}(\bar{y}_j - \bar{y})(y_{ij} - \bar{y}_j) + \sum_{i=1}^{n_j}(y_{ij} - \bar{y}_j)^2 \\ &= n_j(\bar{y}_j - \bar{y})^2 + 2(\bar{y}_j - \bar{y})\sum_{i=1}^{n_j}(y_{ij} - \bar{y}_j) + \sum_{i=1}^{n_j}(y_{ij} - \bar{y}_j)^2 \\ &= n_j(\bar{y}_j - \bar{y})^2 + \sum_{i=1}^{n_j}(y_{ij} - \bar{y}_j)^2\end{aligned}$$

二行目の第二項の $\Sigma$ の部分は，グループ $j$ の測定値の合計からグループ $j$ の平均の $n_\mathrm{j}$ 倍を引くことになるので，以下の通り 0 となる。よって上式の三行目のようになる。

$$\sum_{i=1}^{n_j}(y_{ij} - \bar{y}_j) = \sum_{i=1}^{n_j} y_{ij} - \sum_{i=1}^{n_j}\bar{y}_j = \sum_{i=1}^{n_j} y_{ij} - n_j\bar{y}_j = \sum_{i=1}^{n_j} y_{ij} - n_j \cdot \frac{1}{n_j}\sum_{i=1}^{n_j} y_{ij} = 0$$

これはグループ $j$ の中だけでの合計である。このグループごとの合計を $m$ 個のグループすべてについて合計することによって，全体の偏差平方和は次のようになる。グループの数 $m$ は慣習的に水準数と呼ぶ。

$$\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n_j}(y_{ij} - \bar{y})^2 = \sum_{j=1}^{m} n_j(\bar{y}_j - \bar{y})^2 + \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n_j}(y_{ij} - \bar{y}_j)^2$$

左辺を**総平方和** $SS_\mathrm{T}$ ($SS_\mathrm{Total}$)，右辺第一項を**級間平方和**（グループ間平方和）$SS_\mathrm{B}$ ($SS_\mathrm{Between}$)，右辺第二項を**級内平方和**（グループ内平方和）$SS_\mathrm{W}$ ($SS_\mathrm{within}$)と呼ぶ。そして**級間平方和**が関心の対象であるグループによる影響，**級内平方和**は誤差としての個人差となる。この**平方和の分解**が分散分析の根幹である。

$$SS_{Total} = SS_{Between} + SS_{Within}$$